

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία- Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 31

A2. α) Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 65

β) Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 86-87

A3.

1. Λ

2. Λ

3. Σ

4. Σ

ΘΕΜΑ Β




B1. Έχουμε:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 3 \cdot 2x + 5 \cdot 1 + 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 6x + 5, \quad x \in \mathbb{R}$$

B2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ή $x = 1$

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			T.M		T.E.		

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1, 5]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο όταν $x=1$ με τιμή $f(1)=\frac{8}{3}$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο όταν $x=5$ με τιμή $f(5)=-8$.

B3. Η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 0$ είναι
η: $(\varepsilon): y = \lambda \cdot x + \beta$ ή $y = f'(0)x + \beta$ (1)

Για $x=0: f(0)=\frac{1}{3}$ και $f'(0)=5$

Άρα,

$$(1) \Leftrightarrow (\varepsilon): y = 5x + \beta$$

$$\left(0, \frac{1}{3}\right) \in \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{3} = 5 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = \frac{1}{3}$$

Επομένως, τελικά, $(\varepsilon): y = 5x + \frac{1}{3}$

B4. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = f'(-1) = 12$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+7)}{2\cancel{(x-1)}} = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Γ2. Είναι $CV = \frac{s}{\bar{x}} \Leftrightarrow 0,20 = \frac{4}{\bar{x}} \Leftrightarrow \frac{2}{10} = \frac{4}{\bar{x}} \Leftrightarrow 2\bar{x} = 40 \Leftrightarrow \bar{x} = 20$

Γ3.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5} \Leftrightarrow \bar{x} = \frac{22+18+20+\kappa+14+16}{5} \Leftrightarrow 20 = \frac{90+\kappa}{5} \Leftrightarrow 90+\kappa=100 \Leftrightarrow \kappa=10$$

Για $\kappa=10$ είναι: 22, 18, 30, 14, 16 και αν τις διατάξουμε κατά αύξουσα σειρά:

$$14, 16, \textcircled{18}, 22, 30$$

εφόσον $\nu = 5$, περιττό πλήθος, άρα η διάμεσος δ ισούται με τη μεσαία παρατήρηση, επομένως $\delta = t_3 = 18$

Γ4. Έχουμε:

$$\bar{y} = \bar{x} + 0,1 \cdot \bar{x} = (1+0,1) \cdot \bar{x} = 1,1 \cdot \bar{x} = 1,1 \cdot 20 \Leftrightarrow \bar{y} = 22$$

$$s_y = 1,1 \cdot s_x = 1,1 \cdot 4 = 4,4 \quad \text{άρα} \quad CV_y = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{4,4}{22} = 0,2$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο AOB από Π.θ. έχουμε:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 100 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 100 - x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \pm \sqrt{100 - x^2} \Leftrightarrow \text{πρέπει } x > 0 \text{ και } y > 0 \Rightarrow 100 - x^2 > 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{100 - x^2} \quad 100 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 10$$

x	$-\infty$	-10	0	10	$+\infty$
$100 - x^2$	-	0	+	0	-

Άρα (1) $\Leftrightarrow x \in (0, 10)$.

Τελικά, $f(x) = y = \sqrt{100 - x^2}$, $x \in (0, 10)$

$$\mathbf{\Delta 2.} \quad f'(x) = \left(\sqrt{100 - x^2} \right)' = \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{100 - x^2}}$$

$$\text{Άρα, για } x = 8, \quad f'(8) = -\frac{8}{\sqrt{100 - 64}} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

Δ3.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - 8}{x - 6} &= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{100 - x^2} - 8}{x - 6} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 6} \frac{100 - x^2 - 64}{(x - 6)(\sqrt{100 - x^2} + 8)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{36 - x^2}{(x - 6)(\sqrt{100 - x^2} + 8)} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{-(x - 6)((x + 6))}{(x - 6)(\sqrt{100 - x^2} + 8)} = -\frac{6 + 6}{8 + 8} = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}\end{aligned}$$

Δ4. Είναι $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{100 - x^2}} < 0$, για κάθε $x \in (0, 10)$, άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα για κάθε $x \in (0, 10)$

Είναι: $2,3 < 2,8 < 3,5 \Leftrightarrow x_1 < x_3 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΡΓΥΡΗ ΣΙΡΔΑΡΗ

ΠΡΟΣΟΧΗ

Τα θέματα των φετινών Πανελληνίων έχουν διδαχθεί και βρίσκονται στις παρακάτω σελίδες του βιβλίου μας:

Σελ. 92, Άσκηση 59 και σελ. 138, Άσκηση 90 (θέμα Β)

Σελ. 297-298, Ασκήσεις 118 και 121 (θέμα Γ)

Σελ. 98, Άσκηση 146 και σελ. 331, Άσκηση 9 (θέμα Δ)